Метрические характеристики выпуклых оболочек орбит полярных групп

Мещеряков Евгений Александрович
ФЦТК ОмГУ им. Ф. М. Достоевского

Группа G называется *полярной*, если существует линейное подпространство $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{E}$, называемое пространством Картана, такое, что любая орбита G пересекает $\mathcal{A}$ и $T_u(Gu) \perp \mathcal{A}$ для всех $u \in \mathcal{A}$.

В докладе будет рассказано о способах вычисления метрических характеристик выпуклых оболочек орбит полярных групп, в частности, их объемов и интегральных поперечных мер (см. [1]). Каждой полярной группе отвечает система корней в $\mathcal{A}$. Мы используем аналог связанных с ней полярных координат в $\mathcal{E}$. В качестве радиуса выступает точка u камеры Вейля C, а углу соответствует элемент ее орбиты $O_u = Gu$. Обозначим ее выпуклую оболочку через $\widehat{O}_u$ и положим $R_u = \widehat{O}_u \cap C$. В силу полярности группы G, якобиан перехода к полярным координатам постоянен на O_u. Поэтому при вычислении объема интеграл по $\widehat{O}_u$ сводится к интегралу по R_u.

Для точки u из камеры Вейля объем выпуклой оболочки орбиты является однородным многочленом $V(u)$. Функция объема выпуклой оболочки совпадает с многочленом V на камере Вейля, но не на всем пространстве $\mathcal{A}$. Многочлен $V(u)$ не инвариантен относительно действия группы Вейля W. Для групп W ранга не выше 3 и некоторого одномерного характера χ группы W верно равенство $\sum_{g \in W} \chi(g) V(gu) = 0$. Видимо, оно справедливо для всех рангов.

Для C^2-гладких областей m-тые интегральные поперечные меры являются интегралами симметрических многочленов от кривизн многообразия. Так как граница $\widehat{O}_u$ не гладкая, то к ней это неприменимо, но их можно найти, используя функционал Виллса (см. [2]).

Доклад основан на совместных с В.М. Гичевым исследованиях.

Список литературы

[1] Ю.Д. Бураго, В.А. Залгаллер, *Геометрические неравенства* // "Наука", Ленинградское отделение, 1980, Ленинград.

[2] McMullen P., *Inequalities Between Intrinsic Volumes* // Mh. Math. 111, 47-53 (1991).