О связях между аддитивной и мультипликативной группами косого брэйса

Тимур Ринатович Насыбуллов

Математический центр в Академгородке
Новосибирский государственный университет
Институт математики им. С. Л. Соболева

timur.nasybullov@mail.ru

Косым брэйсом $A = (A, \oplus, \odot)$ называется такая алгебраическая система с двумя бинарными алгебраическими операциями $\oplus$, $\odot$, что $A_\oplus = (A, \oplus)$, $A_\odot = (A, \odot)$ являются группами, и для всех $a, b, c \in A$ выполнено равенство

$$a \odot (b \oplus c) = (a \odot b) \oplus (\ominus a) \oplus (a \odot c),$$

где $\ominus a$ обозначает элемент обратный к a по отношению к операции $\oplus$. Группа $A_\oplus$ называется аддитивной группой, а группа $A_\odot$ называется мультипликативной группой косого брэйса A. Если группа $A_\oplus$ абелева, то A называется «классическим брэйсом» или просто «брэйсом».

Классические брэйсы были построены В. Румпом (2007) как мощный инструмент для конструирования решений теоретико-множественного уравнения Янга-Бакстера. Румп установил, что любое инволютивное решение теоретико-множественного уравнения Янга-Бакстера может быть построено с помощью некоторого брэйса. Косые брэйсы были впервые рассмотрены Л. Гуарниери и Л. Вендрамином (2017) для работы с решениями теоретико-множественного уравнения Янга-Бакстера, которые не обязательно являются инволютивными. Так алгебраические свойства брэйсов играют важную роль при изучении свойств решений теоретико-множественного уравнения Янга-Бакстера.

В рамках доклада мы обсудим ряд недавних результатов об аддитивных и мультипликативных группах брэйсов и их связях между собой. Мы обсудим как результаты автора доклада так и другие результаты, опубликованные или вышедшие в виде препринтов в последние годы. Часть результатов закрывают открытые вопросы, сформулированные А. Смоктунович и Л. Вендрамином в Коуровской тетради. Помимо этого, мы обсудим приложения брэйсов для построения решений теоретико-множественного уравнения Янга-Бакстера, построения представлений групп (виртуальных) кос и построения инвариантов (виртуальных) узлов.